

Θεωρία Βαθμωτής Μεταφοράς

- Θεωρητική Μελέτη Τυρβώδους Διάχυσης*
- Συγκέντρωση & Ροή Ρύπων*
- Στατιστική Περιγραφή Τυρβώδων Διακυμάνσεων*
- Βασικό Πρότυπο Βαθμωτής Μεταφοράς*
- Συντελεστές Τυρβώδους Διάχυσης*
 - Χαρακτηριστικές Περιπτώσεις*

*Σύντομη επανάληψη προαπαιτούμενων
γνώσεων*

Τροπόσφαιρα (τρέπω)

Πάχος: 12 ± 4 km

Πίεση: 1000 - 200 mb

Θερμοκρασία: Μείωση με το ύψος ως την τροπόπαυση
 -57°C - -15°C

Άνεμοι: Αύξηση ταχύτητας με το ύψος

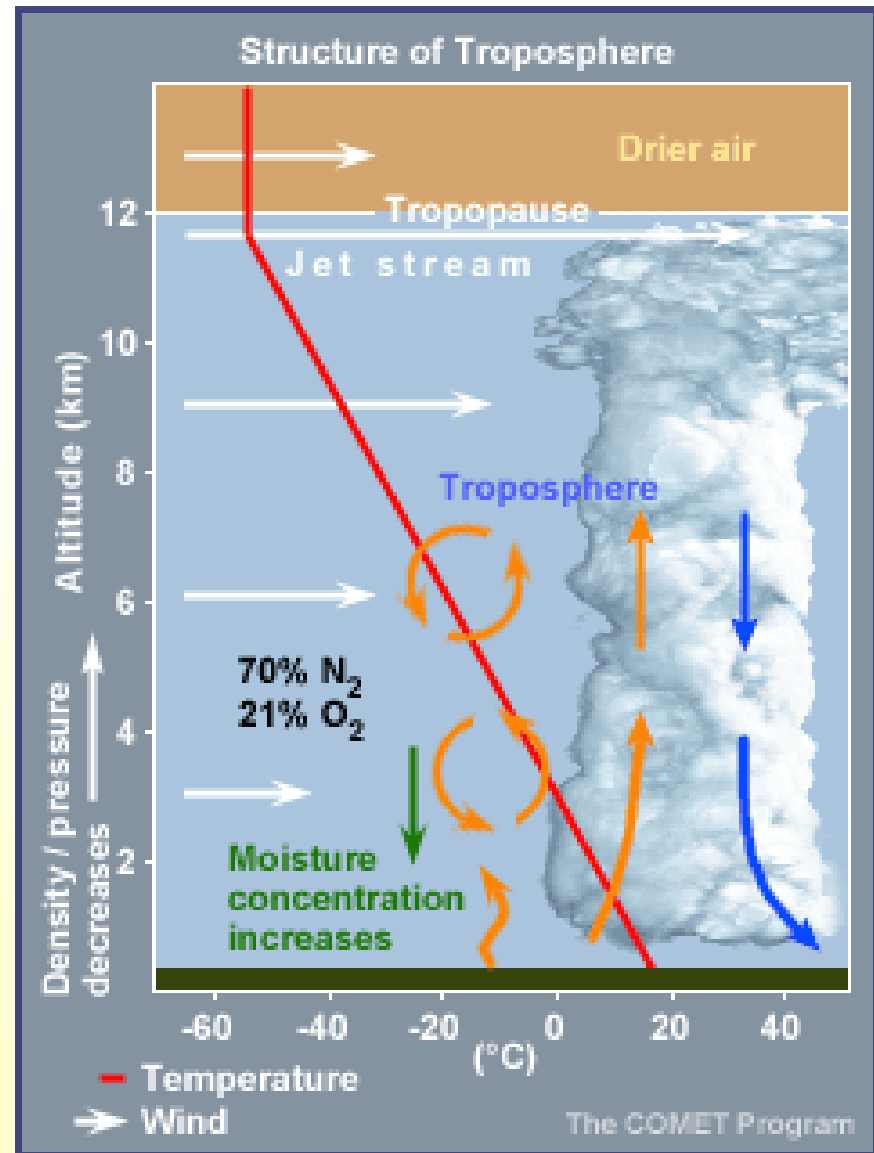
Υγρασία: Μείωση με το ύψος

Σύσταση: 70% N_2 , 21% O_2

Δημιουργία καιρικών φαινομένων

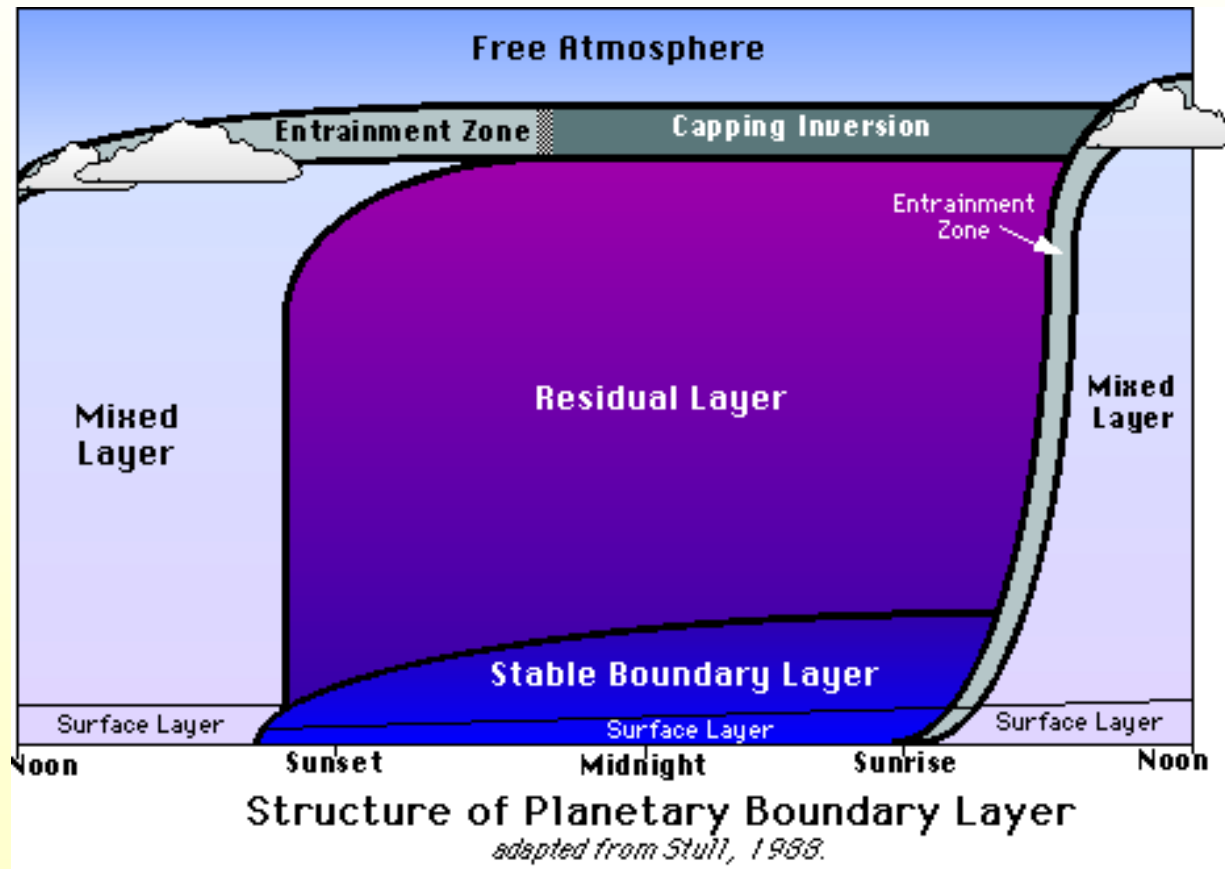
Οριζόντια-Κατακόρυφη μεταφορά αερίων μαζών

Τύρβη



Ατμοσφαιρικό Οριακό Στρώμα (ΑΟΣ): Το τυρβώδες τμήμα της ατμόσφαιρας που έρχεται σε επαφή με το έδαφος

Σχηματισμός από τις αλληλεπιδράσεις (ανταλλαγή θερμότητας-ενέργειας, μάζας και ορμής) μεταξύ ατμόσφαιρας και ξηράς ή υδάτινων μαζών για χρονικά διαστήματα της τάξης μιας ώρας έως μιας ημέρας



- Ημερήσιες κι εποχιακές μεταβολές του ΑΟΣ

Στρώμα τραχύτητας: 0-10 m

Μη ανάπτυξη πλήρους τυρβώδους ροής – Συνεισφορά μοριακής κίνησης
Άμεση επίδραση των στοιχείων τραχύτητας -Χαρακτηρισμός από μήκος
τραχύτητας z_0 (τυρβώδες μέγεθος της επιφάνειας)

Στρώμα επιφανείας: Στρώμα τραχύτητας έως 200 m (10% ΑΟΣ)

Οι ροές ορμής, θερμότητας & υγρασίας θεωρούνται ανεξάρτητες από το
ύψος (μεταβολή 10%) και η επίδραση της περιστροφής της Γης αμελητέα
Συνήθως έντονη κατακόρυφη βαθμίδα μετεωρολογικών μεταβλητών με
εξαίρεση τη διεύθυνση του ανέμου

Στρώμα ανάμιξης: Στρώμα επιφανείας-2000 m (Ημέρα)

Στο ανώτερο ύψος του δεν υπάρχει πλέον επίδραση από την επιφάνεια –
Κυριαρχία τυρβώδων φαινομένων

Ζώνη εισροής: Ευσταθές στρώμα στην κορυφή του στρώματος ανάμιξης

Περιορισμός της κυριαρχίας της τύρβης. Εισροή μέσα στο στρώμα
ανάμιξης από την ελεύθερη ατμόσφαιρα. Συχνά καλείται στρώμα
αναστροφής σε συνάρτηση με το μέγεθος ευστάθειας

Σταθερό οριακό στρώμα: Στρώμα επιφανείας – $<1/2$ του στρώματος ανάμιξης

Ονομάζεται και νυκτερινό οριακό στρώμα. Εμφάνιση μετά τη δύση του ήλιου. Ασθενείς άνεμοι, ασθενής και πιο σποραδική τυρβώδης διάχυση. Όχι καλά καθορισμένο ύψος, αργή συγχώνευση με το με το αποκομμένο στρώμα

Αποκομμένο στρώμα: Στρώμα επάνω από το νυκτερινό οριακό στρώμα

Με την κατάρρευση του στρώματος ανάμιξης και της τύρβης, ατμοσφαιρικά συστατικά που υπήρχαν «παγιδεύονται» στο αποκομμένο στρώμα. Μεταβολές της συγκέντρωσης των ρύπων με το ύψος είναι οι ίδιες με αυτές του πρόσφατα σε κατάπτωση στρώματος ανάμιξης. Το άνω όριο του είναι περίπου ίδιο με το ύψος ανάμιξης κατά τη διάρκεια της ημέρας

Ουδέτερα στρωματοποιημένο, τύρβη σχεδόν ίδιας έντασης σε όλες τις διευθύνσεις. Διασπορά θυσάνων με ίδιους ρυθμούς στο κατακόρυφο και σε πλευρικές διευθύνσεις, δημιουργώντας ένα θύσανο σε σχήμα κώνου.

Δεν επηρεάζεται άμεσα από την επιφάνεια της γης και δε θεωρείται ότι ανήκει στο οριακό στρώμα.

Αδιαβατική θέρμανση και ψύξη στην ατμόσφαιρα: Κατακόρυφες μετακινήσεις αερίων μαζών μέσα στην ατμόσφαιρα, χωρίς να υπάρχει ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον.

Συνήθως συμβαίνουν λόγω των μεταβολών της ατμοσφαιρικής πίεσης

Ατμοσφαιρικός αέρας ως ιδανικό αέριο

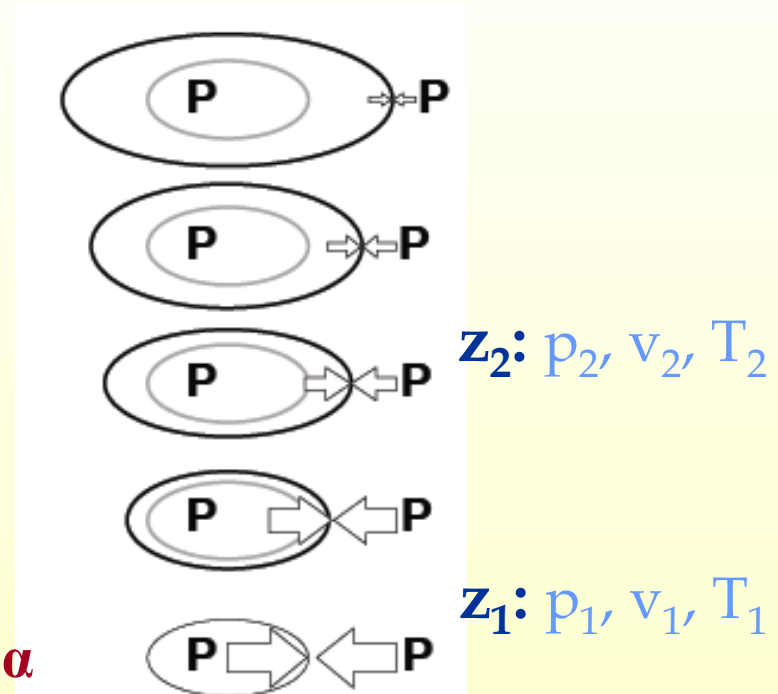
$$z_1 < z_2 \rightarrow p(z_1) > p(z_2)$$

ρ ανάλογο $1/T$ αν $P =$ σταθερό

Ψυχρός αέρας πυκνότερος από τον θερμό αέρα

Αδιαβατική ψύξη στην ατμόσφαιρα
Ανοδική κίνηση μαζών, Εκτόνωση, Ψύξη

Αδιαβατική θέρμανση στην ατμόσφαιρα
Καθοδική κίνηση μαζών, Συμπύεση, Θέρμανση



$$p_1 > p_2, v_1 < v_2, T_1 > T_2$$

ΣΤΑΤΙΚΗ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΑΣ

Απόλυτη ηρεμία του ατμοσφαιρικού αέρα - Επίδραση της θερμοκρασιακής κατανομής

Αδιαβατική κίνηση (ανοδική και καθοδική) πακέτων αέρα στην ατμόσφαιρα

Αδιαβατική θερμοβαθμίδα

$$\Gamma = - (dT/dz)_{ad}$$

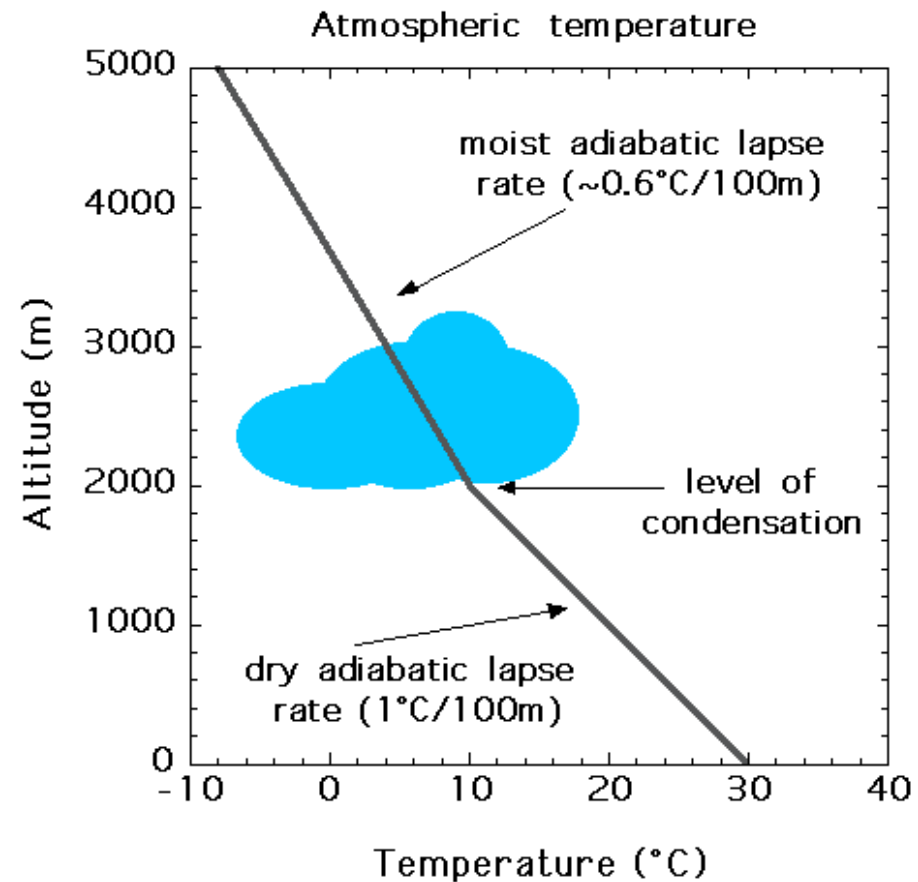
Αδιαβατική θερμοβαθμίδα ξηρού αέρα

$$\Gamma_d = 9.8 \text{ K/km}$$

Αδιαβατική θερμοβαθμίδα υγρού αέρα $\Gamma_w < \Gamma_d$

L: λανθάνουσα θερμότητα $\rightarrow +4 \text{ K/km}$

Πραγματική θερμοβαθμίδα $\Gamma_e = -dT/dz$



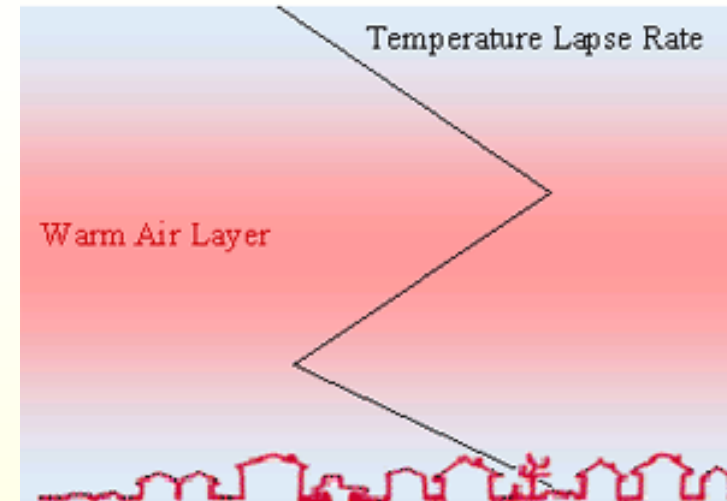
Θερμοκρασιακή αναστροφή:
Αύξηση θερμοκρασίας με το ύψος

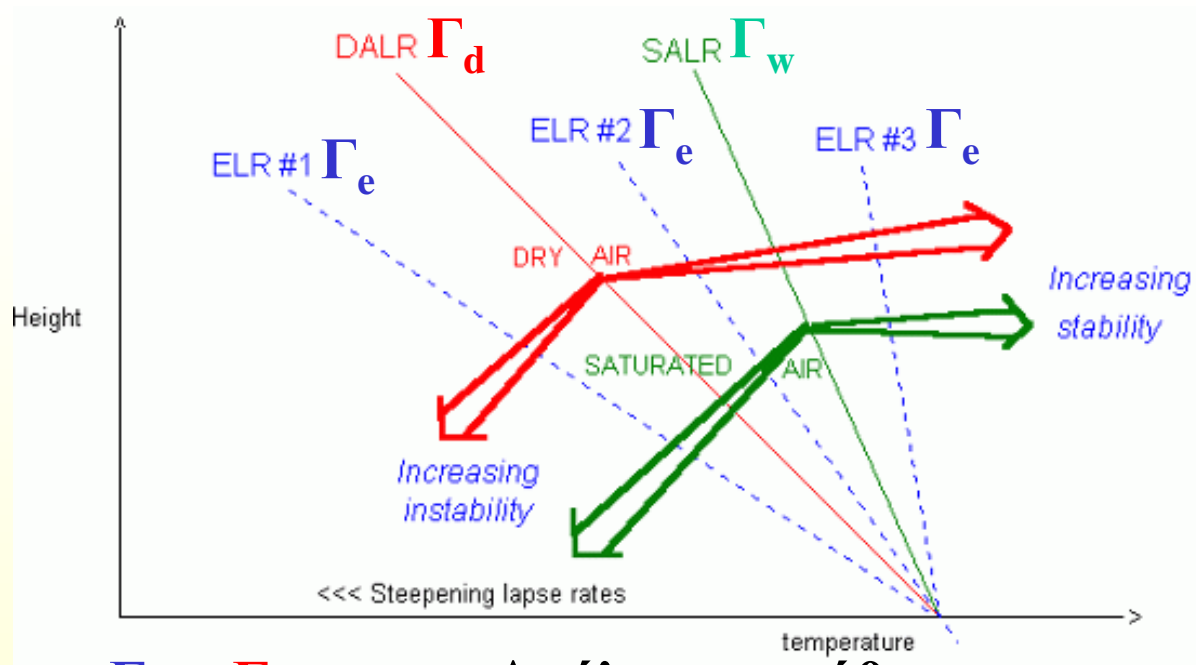
Αποτελέσματα:

- *Ευσταθείς συνθήκες*
- *Θερμοβαθμίδα Γ_e αρνητική*

Αιτίες:

- *Ψύξη με ακτινοβολία*
- *Οριζόντια μεταφορά ψυχρών μαζών*
- *Καθοδικοί άνεμοι λόγω αναγλύφου*
- *Σύστημα υψηλών πιέσεων*





$$\Gamma_e > \Gamma_d$$

Απόλυτη αστάθεια

$$\Gamma_e = \Gamma_d$$

Ουδέτερη (ξηρή)

$$\Gamma_d > \Gamma_e > \Gamma_w$$

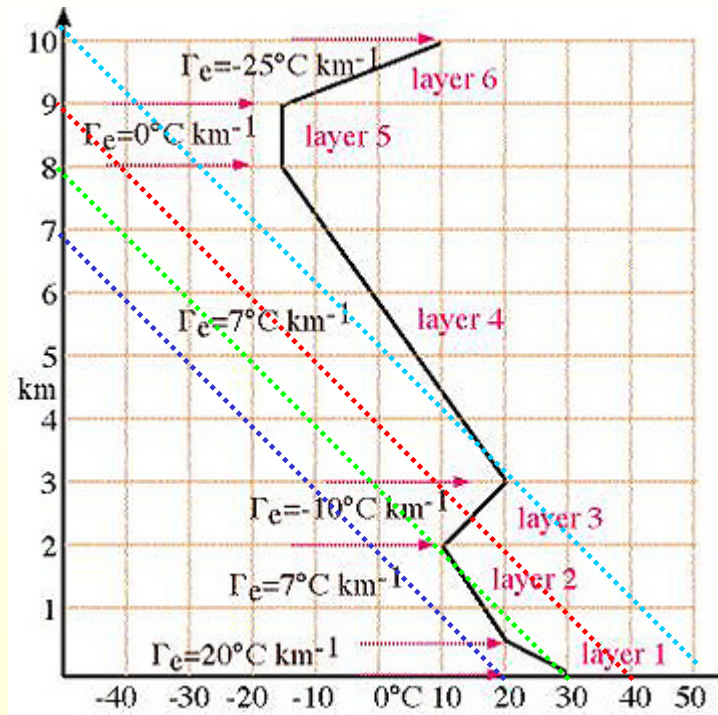
Εξαρτώμενη αστάθεια

$$\Gamma_e = \Gamma_w$$

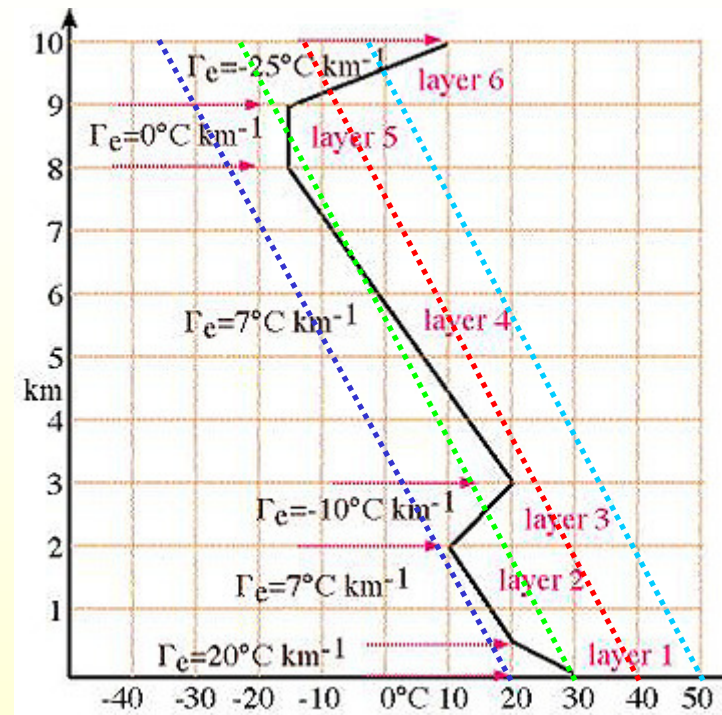
Ουδέτερη (υγρή)

$$\Gamma_e < \Gamma_w$$

Απόλυτη ευστάθεια

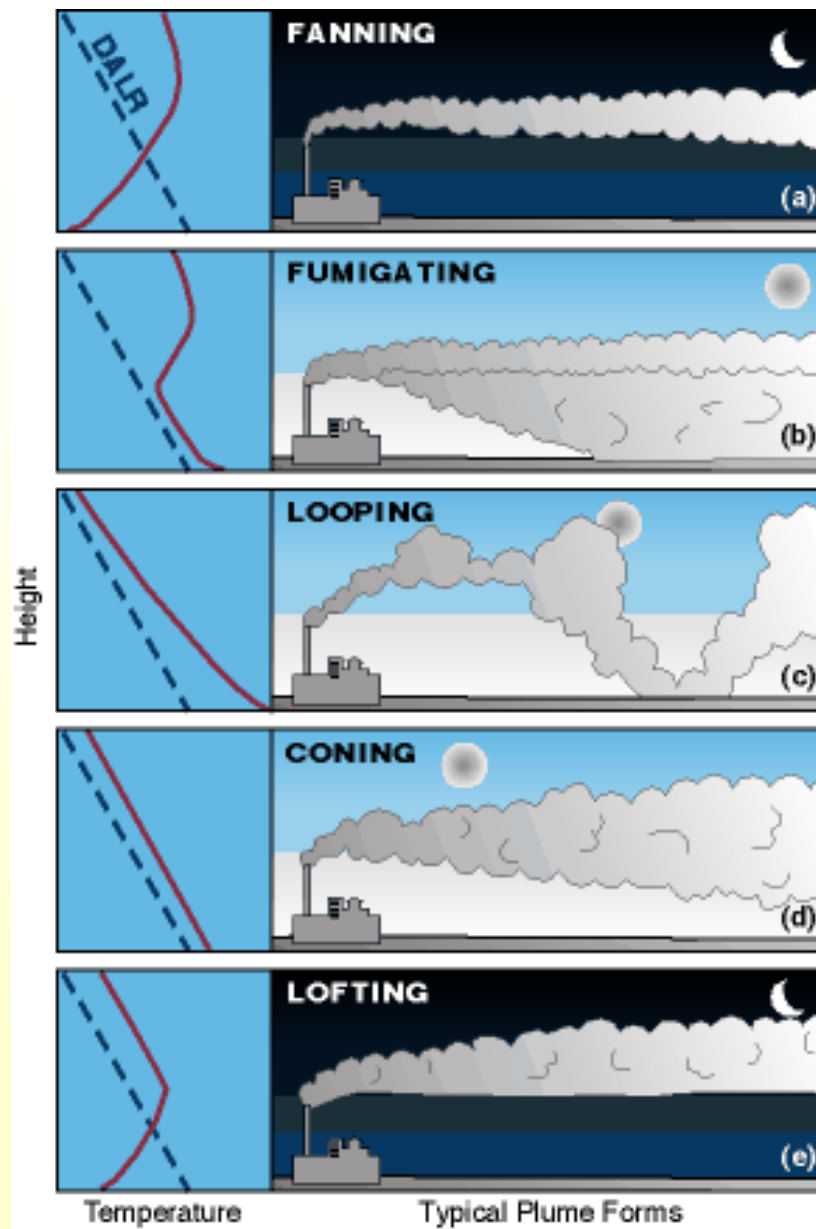


Ξηρή αέρια μάζα



Υγρή αέρια μάζα

Τυπικά είδη θυσάνων



Θεωρία Βαθμωτής Μεταφοράς

Διασπορά ρύπων: Εξάρτηση από φυσικές διαδικασίες ανάμειξης. Λαμβάνει χώρα στο οριακό στρώμα (ή στρώμα ανάμειξης)

Χαρακτηριστικό του ΟΣ: Τυρβώδης ροή

Αποτέλεσμα τυρβώδους ροής: Ακανόνιστες, σχεδόν τυχαίες διακυμάνσεις στις ατμοσφαιρικές μεταβλητές (ταχύτητα και διεύθυνση του ανέμου, θερμοκρασία, συγκεντρώσεις ενώσεων)

Θεωρητική ανάλυση της διάχυσης υλικού: Ο χαοτικός χαρακτήρας των διακυμάνσεων και οι επακόλουθες δυσκολίες έχει ως αποτέλεσμα τη μη πλήρη μαθηματική περιγραφή της τυρβώδους διάχυσης

Ανάπτυξη θεωριών με ημιεμπειρικό χαρακτήρα

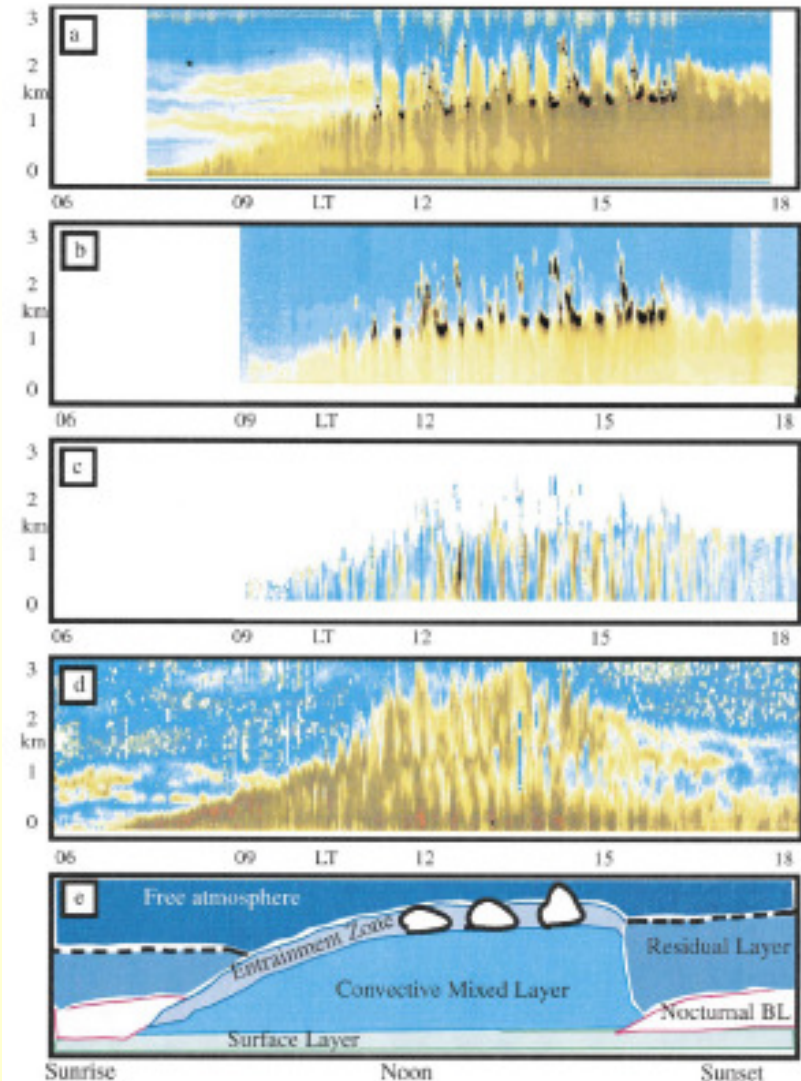


FIG. 1. A comparison of simultaneous observations of the boundary layer on 12 Aug 1995 at the LIFT Mankato site. (a) SAIL backscatter, increasing in strength from blue to gold to black; (b) HRDL backscatter; and (c) HRDL vertical velocity. Browns and yellow represent updrafts that are often 1–3 m s⁻¹, with the strongest at 1300 LT being nearly 4 m s⁻¹, and velocities between -1 and 1 m s⁻¹ are blue. The signal strength was insufficient to measure a velocity in the white space above. (d) Wind profiler backscatter, and (e) a sketch of typical boundary layer evolution (after Stull 1988).

Θεωρητική μελέτη τυρβώδους διάχυσης

Θεωρία βαθμωτής μεταφοράς: Η τύρβη δημιουργεί μία ροή υλικού αντίθετα προς την φορά της βαθμίδας της συγκέντρωσης του υλικού. Η ροή αυτή είναι ευθέως ανάλογη προς το μέγεθος της βαθμίδας.

Στατιστική θεωρία: Η συγκέντρωση και η χωρική κατανομή αερίων μαζών που υφίστανται τυρβώδεις κινήσεις στην ατμόσφαιρα περιγράφονται από συναρτήσεις που προκύπτουν από τις στατιστικές ιδιότητες της ροής.

Θεωρία ομοιότητας: Αρχικά ορισμός των βασικών ρυθμιστικών παραμέτρων που επιδρούν στη διάχυση και στη συνέχεια ανάπτυξη φυσικών νόμων που συνδέουν την διάχυση με αυτές τις παραμέτρους- **Διαστατική ανάλυση**

Θεωρία ομοιότητας → Κατανόηση της δυναμικής του ατμοσφαιρικού οριακού στρώματος

Διαστατική ανάλυση → Εύρεση ή έλεγχος των σχέσεων που συνδέουν φυσικά μεγέθη με χρήση των διαστάσεων τους

Συνήθειες Διαστάσεις

Μάζα $m \rightarrow \mathbf{M}$

Μήκος $l \rightarrow \mathbf{L}$

Χρόνος $t \rightarrow \mathbf{T}$

Θερμοκρασία $\theta \rightarrow \Theta$

Ηλεκτρικό φορτίο $q \rightarrow \mathbf{Q}$

Διάσταση παραγώγων φυσικών μεγεθών: Συνδυασμός των διαστάσεων των βασικών μεγεθών $u \rightarrow \mathbf{L/T}$

Ροή μάζας ρύπου στην ατμόσφαιρα: Ποσότητα του ρύπου που μεταφέρεται ανά μονάδα επιφάνειας, ανά μονάδα χρόνου σε μια συγκεκριμένη διεύθυνση.

$$\vec{M} = \frac{m}{S \cdot t} \vec{n}$$

$\vec{M} \rightarrow$ διανυσματικό μέγεθος

\vec{T} : Μεταφορά λόγω ροής

$$\vec{T} = C \cdot \vec{U}$$

$$\vec{v} = 0 \rightarrow \vec{T} = 0$$



$$\vec{D} = -k \vec{\nabla} C$$

$$\vec{\nabla} C = 0 \rightarrow \vec{D} = 0$$

Στατιστική περιγραφή τυρβώδων διακυμάνσεων

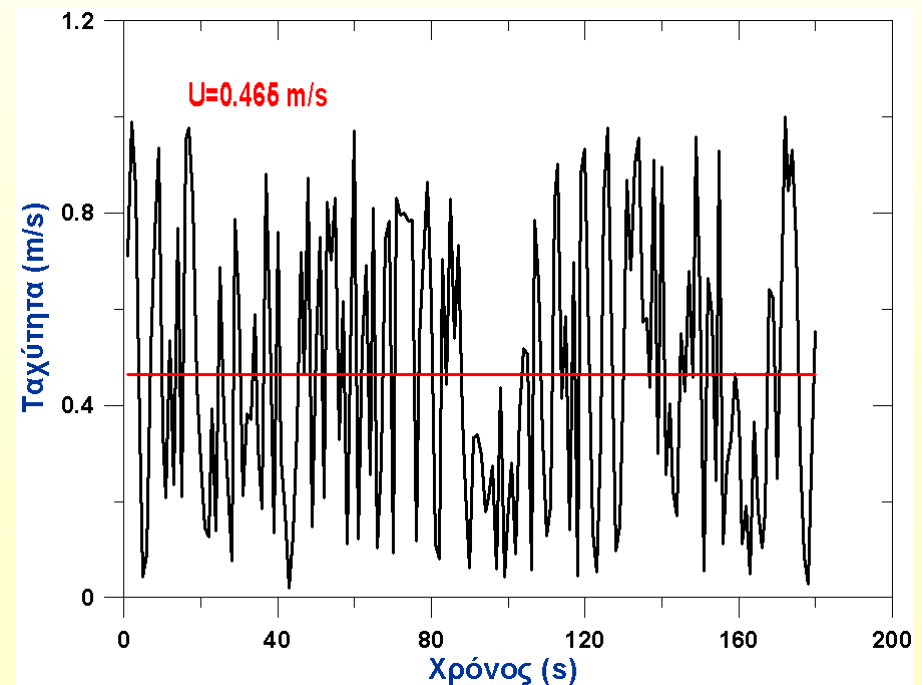
Μέση τιμή της μεταβλητής A

- η χρονική μέση τιμή
- η χωρική μέση τιμή
- η μέση τιμή συνόλου

$$\bar{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i$$

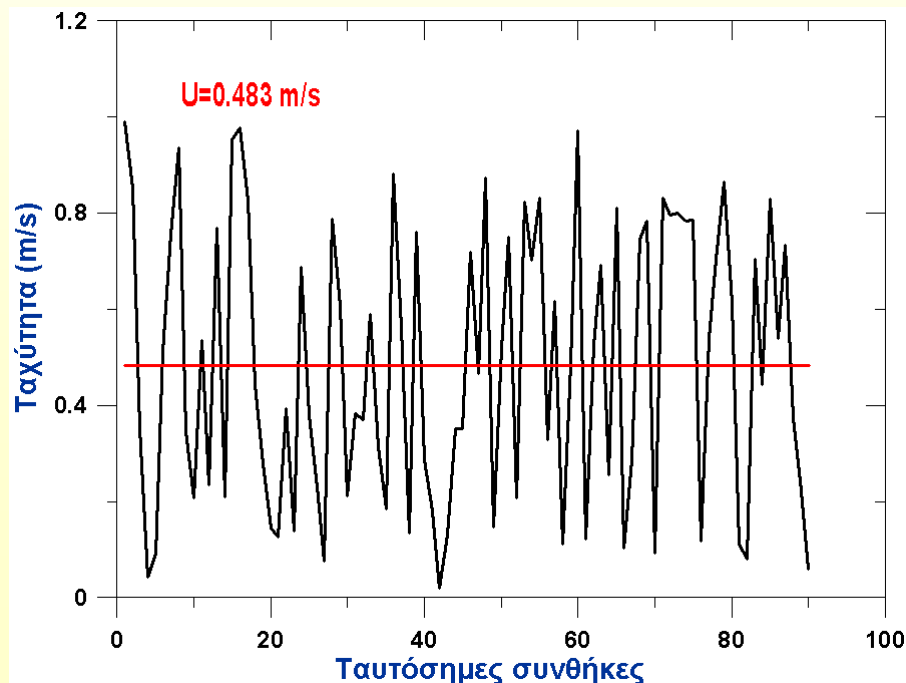
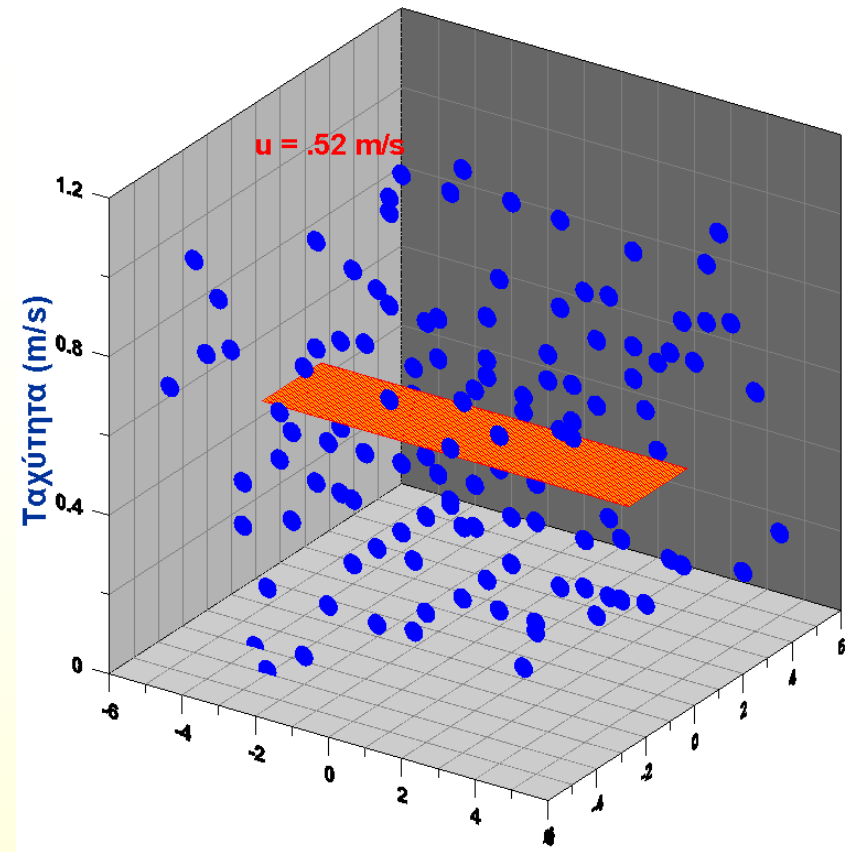
Χρονική μέση τιμή

Υπολογισμός από το άθροισμα των τιμών της μεταβλητής A για μια χρονική περίοδο T σε ένα συγκεκριμένο σημείο στο χώρο.



Χωρική μέση τιμή

Υπολογισμός από το άθροισμα των τιμών της μεταβλητής A σε διάφορα σημεία του χώρου την ίδια χρονική στιγμή.



Μέση τιμή συνόλου

Υπολογισμός από το άθροισμα των τιμών της μεταβλητής A από μετρήσεις που λαμβάνονται κάτω από τις ίδιες συνθήκες.

Διαχωρισμός ροής σε μέσο μη-τυρβώδες τμήμα και σε τυρβώδες τμήμα (Osborne Reynolds ,1895)

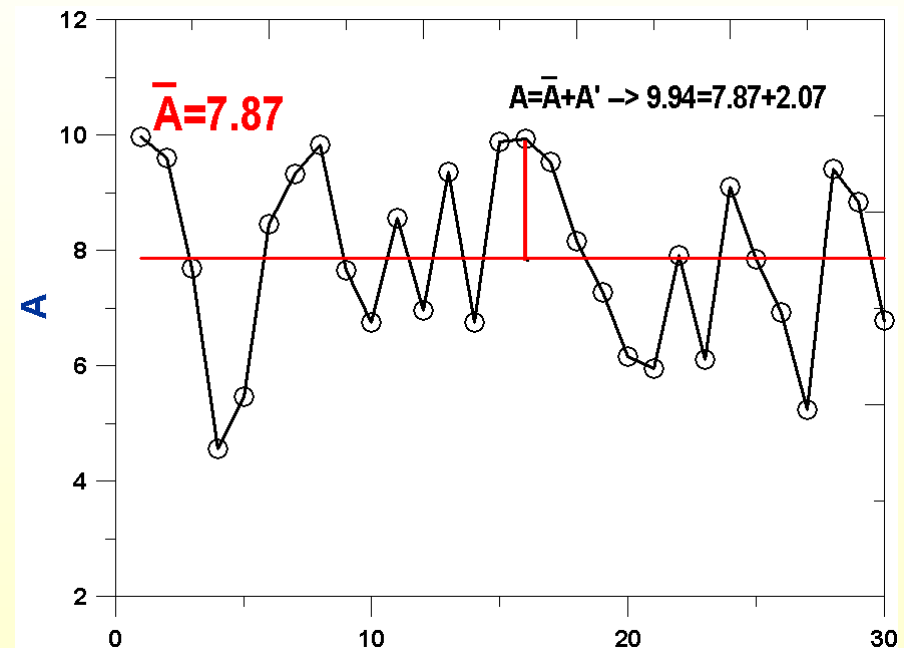
Γενική εξίσωση:

$$A = \bar{A} + A'$$

A: Στιγμιαία τιμή μεταβλητής

\bar{A} : Μέση τιμή μεταβλητής

A': Στιγμιαία απόκλιση μεταβλητής



Μεταβλητότητα σ^2_A

$$\sigma^2_A = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (A_i - \bar{A})^2 \cong \overline{A'^2}$$

Μεταβλητότητα παραμέτρου: *Μέτρο της έντασης της τύρβης*

Τυπική απόκλιση σ_A

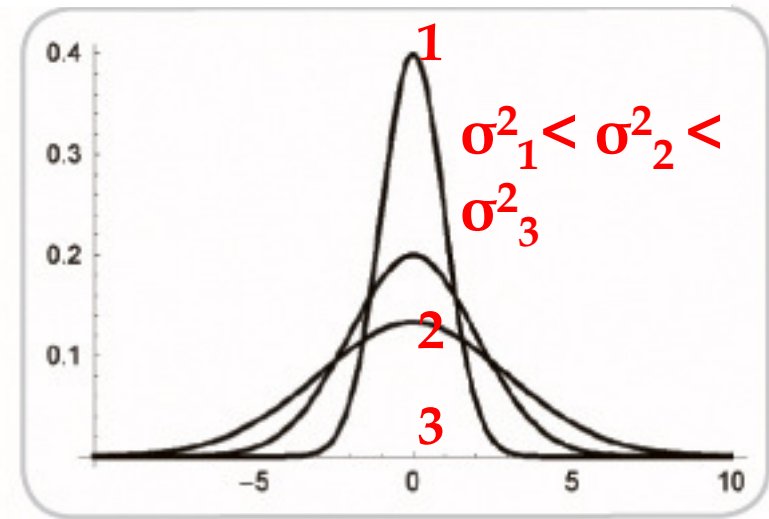
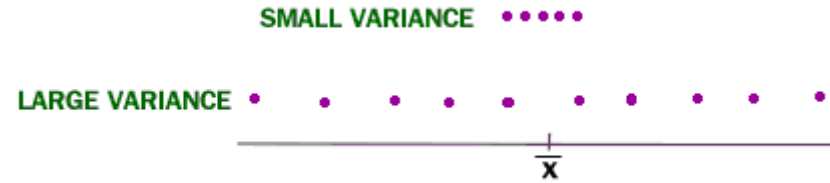
$$\sigma_A = \sqrt{\sigma^2_A} \cong \left(\overline{A'^2} \right)^{1/2}$$

Μεγάλες τιμές \rightarrow έντονες τυρβώδεις κινήσεις

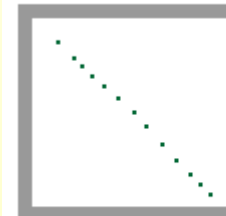
Συμμεταβλητότητα $cov ar(A, B)$

Βαθμός κοινής μεταβολής δύο μεταβλητών

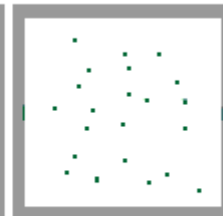
$$cov ar(A, B) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (A_i - \bar{A}) \cdot (B_i - \bar{B}) = \overline{A' \cdot B'}$$



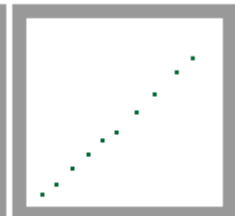
COVARIANCE



Large Negative Covariance



Near Zero Covariance



Large Positive Covariance

Διαχωρισμός ατμοσφαιρικών μεταβλητών σε μέσες τιμές και τυρβώδεις αποκλίσεις

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + u' & \mathbf{u} &\rightarrow \text{Συνιστώσα ανέμου άξονα } x \\ v &= \bar{v} + v' & \mathbf{v} &\rightarrow \text{Συνιστώσα ανέμου άξονα } y \\ w &= \bar{w} + w' & \mathbf{w} &\rightarrow \text{Συνιστώσα ανέμου άξονα } z \\ \theta &= \bar{\theta} + \theta' & \theta &\rightarrow \text{Δυναμική θερμοκρασία} \\ c &= \bar{c} + c' & c &\rightarrow \text{Συγκέντρωση ουσίας} \end{aligned}$$

Χρήσιμες ιδιότητες

$$\overline{\bar{A}} = \bar{A}$$

$$\overline{A'} = 0$$

$$\overline{\bar{A} \cdot \bar{B}} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$\overline{A \cdot A'} = 0$$

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} \cdot \bar{B} + \overline{A' \cdot B'}$$

Ένταση τύρβης $i_u = \frac{\sigma_u}{V}$ $i_v = \frac{\sigma_v}{V}$ $i_w = \frac{\sigma_w}{V}$

Διαμήκης i_w , εγκάρσια i_v , κατακόρυφη i_u ένταση τύρβης

Συμμεταβλητότητα μεταβλητής με συνιστώσα της ταχύτητας του ανέμου → *Τυρβώδης ροή της μεταβλητής ως προς τον αντίστοιχο άξονα*

con(A,u) - con(A, v) – con(A,w)

con(A,w) → Κατακόρυφη τυρβώδης ροή της μεταβλητής

Στρώμα επιφανείας

Κατακόρυφη ροή μεταβλητής λόγω τύρβης

Οριζόντιες ροές λόγω μέσου ανέμου και τύρβης

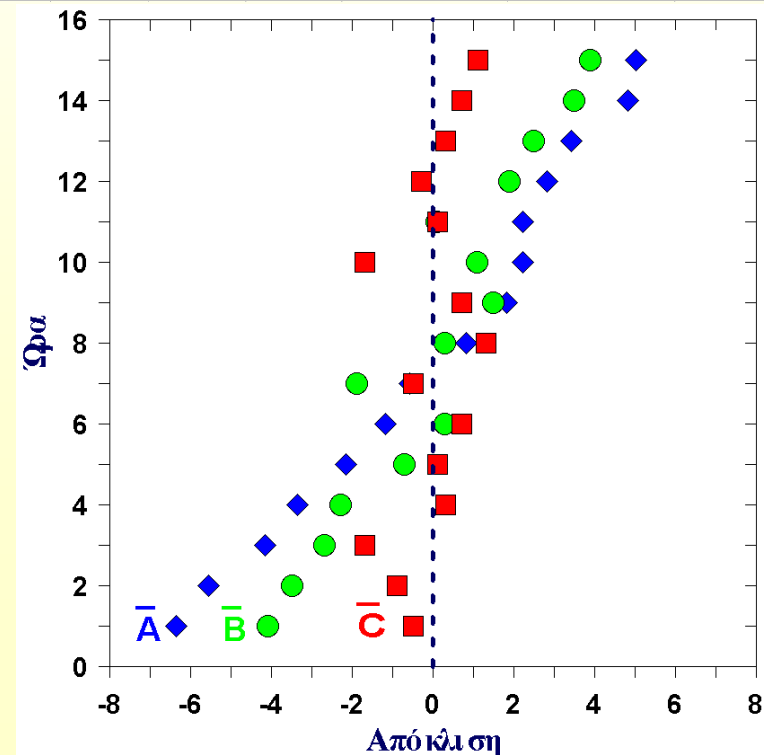
Hour	A: Θ (10 cm)	A'=A-Am	B: Θ (20 cm)	B'=B-Bm	C: Θ (50 cm)	C'=C-Cm	σ ² A	σ ² B	σ ² C	covar(A, B)	covar(B, C)	covar(A, C)
1	23.20	-6.36	25.00	-4.09	26.60	-0.48	40.45	16.76	0.23	26.03	1.96	3.05
2	24.00	-5.56	25.60	-3.49	26.20	-0.88	30.91	12.20	0.77	19.42	3.07	4.89
3	25.40	-4.16	26.40	-2.69	25.40	-1.68	17.31	7.25	2.82	11.20	4.52	6.99
4	26.20	-3.36	26.80	-2.29	27.40	0.32	11.29	5.26	0.10	7.71	-0.73	-1.08
5	27.40	-2.16	28.40	-0.69	27.20	0.12	4.67	0.48	0.01	1.50	-0.08	-0.26
6	28.40	-1.16	29.40	0.31	27.80	0.72	1.35	0.09	0.52	-0.36	0.22	-0.84
7	29.00	-0.56	27.20	-1.89	26.60	-0.48	0.31	3.58	0.23	1.06	0.91	0.27
8	30.40	0.84	29.40	0.31	28.40	1.32	0.71	0.09	1.74	0.26	0.40	1.11
9	31.40	1.84	30.60	1.51	27.80	0.72	3.39	2.27	0.52	2.77	1.08	1.32
10	31.80	2.24	30.20	1.11	25.40	-1.68	5.02	1.22	2.82	2.48	-1.86	-3.76
11	31.80	2.24	29.20	0.11	27.20	0.12	5.02	0.01	0.01	0.24	0.01	0.27
12	32.40	2.84	31.00	1.91	26.80	-0.28	8.07	3.64	0.08	5.41	-0.53	-0.80
13	33.00	3.44	31.60	2.51	27.40	0.32	11.83	6.28	0.10	8.62	0.80	1.10
14	34.40	4.84	32.60	3.51	27.80	0.72	23.43	12.30	0.52	16.97	2.52	3.48
15	34.60	5.04	33.00	3.91	28.20	1.12	25.40	15.26	1.25	19.69	4.38	5.64
M.T.	29.56	0.00	29.09	0.00	27.08	0.00	13.51	6.19	0.84	8.20	1.11	1.43

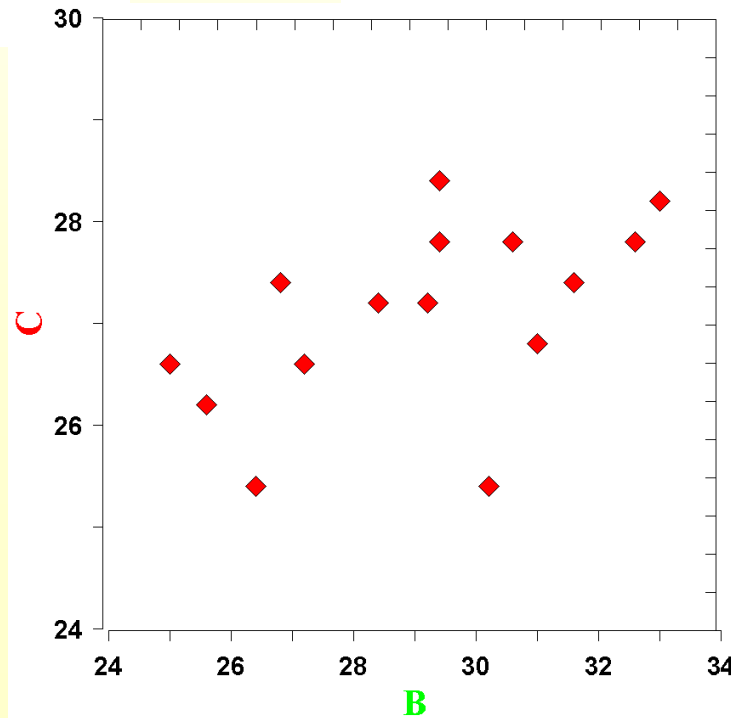
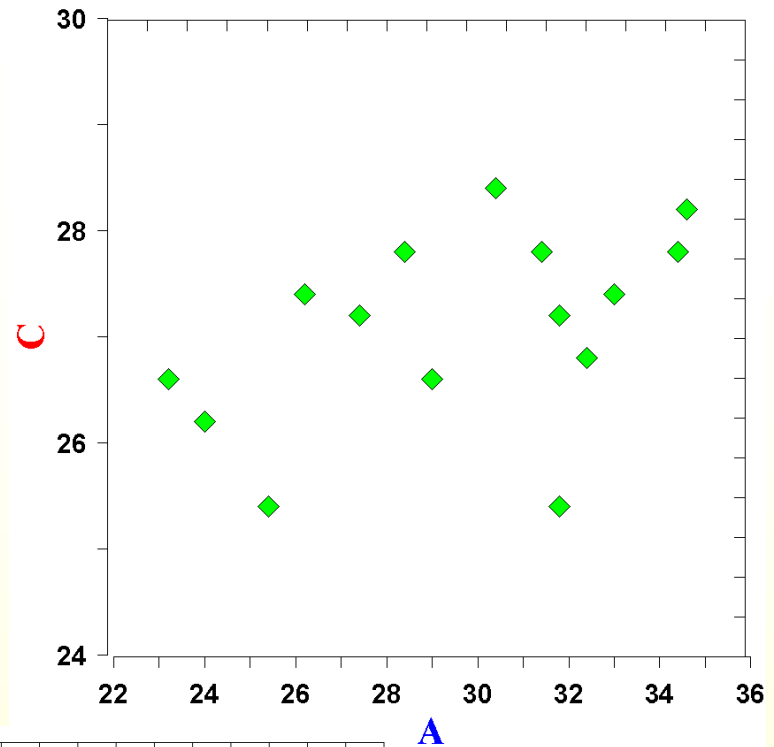
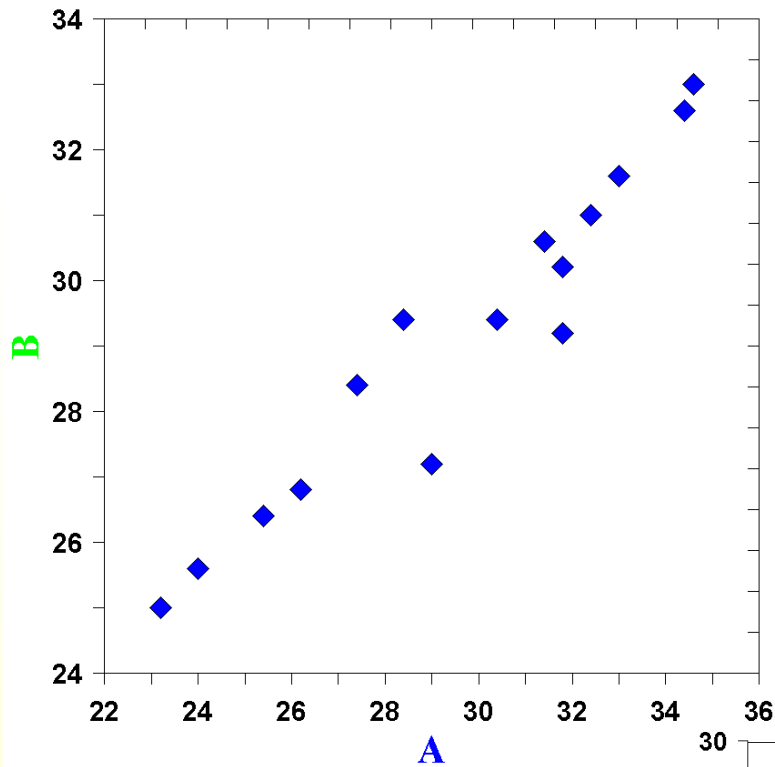
Μεταβλητότητα

$$\sigma^2_A = 13.51 \text{ } ^\circ\text{C}^2 \rightarrow \sigma_A = 3.68 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\sigma^2_B = 6.19 \text{ } ^\circ\text{C}^2 \rightarrow \sigma_B = 2.49 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\sigma^2_C = 0.84 \text{ } ^\circ\text{C}^2 \rightarrow \sigma_C = 0.92 \text{ } ^\circ\text{C}$$





Συμμεταβλητότητα

$$\text{covar}(A, B) = 8.20$$

$$\text{covar}(B, C) = 1.11$$

$$\text{covar}(A, C) = 1.43$$

Πολύ σημαντικές οι συμμεταβλητότητες μεταξύ διάφορων ατμοσφαιρικών μεταβλητών στη μελέτη του οριακού στρώματος

Συμμεταβλητότητα μεταβλητής με συνιστώσα της ταχύτητας του ανέμου → *Τυρβώδης ροή της μεταβλητής ως προς τον αντίστοιχο άξονα*

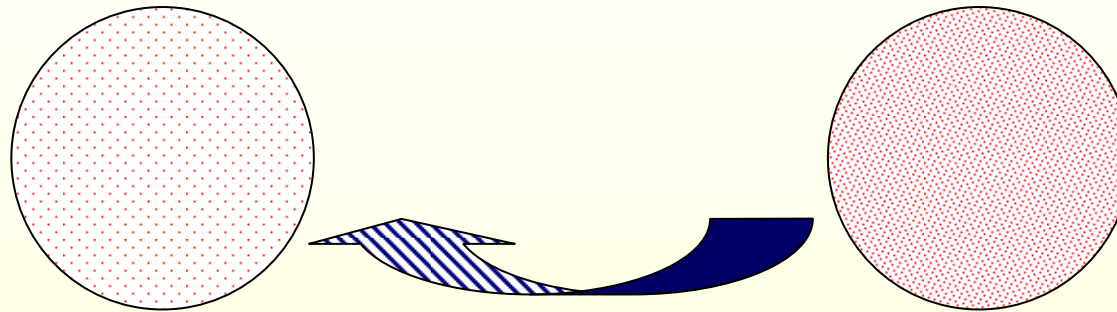
$cov(A,u) - cov(A,v) - cov(A,w)$

$cov(A,w)$ → Κατακόρυφη τυρβώδης ροή της μεταβλητής

$cov ar(w, c) = \overline{w' \cdot c'}$ **Κατακόρυφη τυρβώδη ροή της μάζας ρύπου με συγκέντρωση c**

Οριακό στρώμα: Μεγαλύτερης σημασίας οι συμμεταβλητότητες της κατακόρυφης ταχύτητας w με τις άλλες μεταβλητές γιατί η μέση κατακόρυφη ταχύτητα είναι περίπου 0 με αποτέλεσμα οι κατακόρυφες ροές να κυριαρχούνται από την τυρβώδη συνιστώσα τους.

Θεωρία βαθμωτής μεταφοράς: Η τύρβη δημιουργεί μία ροή υλικού αντίθετα προς την φορά της βαθμίδας της συγκέντρωσης του υλικού. Η ροή αυτή είναι ευθέως ανάλογη προς το μέγεθος της βαθμίδας.



$$\vec{D} = -k \vec{\nabla} C$$

Μαθηματικές προσεγγίσεις για τη διάχυση

Εξίσωση συνέχειας ή διατήρησης της μάζας

$$\frac{\partial c}{\partial t} = - \left[\frac{\partial(uc)}{\partial x} + \frac{\partial(vc)}{\partial y} + \frac{\partial(wc)}{\partial z} + R + S \right]$$

Μεταβολή της συγκέντρωσης ενός ρύπου με το χρόνο

R: Ρυθμός παραγωγής ρύπου

S: Ρυθμός καταστροφής ρύπου

Πρακτικές εφαρμογές: Ενδιαφέρον για τις μέσες τιμές των συγκεντρώσεων

Μέθοδος Reynolds: Χρήση μέσων τιμών - Χωροχρονική μεταβολή των μέσων τιμών

Προσομοίωση διασποράς στην ατμόσφαιρα → Εξισώσεις μέσων τιμών της κίνησης και της διάχυσης

Στιγμαίαιες τιμές → **Μέσες τιμές**

Εξίσωση διασποράς των μέσων τιμών για μια ομοιόμορφη μέση ροή

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = - \left[\frac{\partial(\bar{u}\bar{c})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{c})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}\bar{c})}{\partial z} \right] + \bar{R} + \bar{S} \quad \overline{A \cdot B} = \bar{A} \cdot \bar{B} + \overline{A' \cdot B'}$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = - \left[\frac{\partial(\bar{u}\bar{c})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{u'c'})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{c})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{v'c'})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}\bar{c})}{\partial z} + \frac{\partial(\overline{w'c'})}{\partial z} \right] + \bar{R} + \bar{S}$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = - \left[\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{c} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{u}'c')}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{c} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{v}'c')}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} + \bar{c} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial(\bar{w}'c')}{\partial z} \right] + \bar{R} + \bar{S}$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = - \left[\bar{c} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{c} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{c} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial(\bar{u}'c')}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}'c')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}'c')}{\partial z} \right] + \bar{R} + \bar{S}$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = - \left[\bar{c} \nabla \bar{u} + \frac{\partial(\bar{u}'c')}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}'c')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}'c')}{\partial z} \right] + \bar{R} + \bar{S}$$

Ασυμπίεστο ρευστό $\rightarrow \nabla \bar{u} = 0$ **Αέρας:** $U \ll 300 \text{ m/s}$, $h \ll 10 \text{ km}$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = - \left[\frac{\partial(\bar{u}'c')}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}'c')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}'c')}{\partial z} \right] + \bar{R} + \bar{S} \quad (1)$$

Μεταφορά ρύπων λόγω του μέσου ανέμου $\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}$

Μεταφορά ρύπων λόγω της τυρβώδους ροής $\frac{\partial(\bar{u}'c')}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}'c')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w}'c')}{\partial z}$

(1): Οι όροι των τυρβώδων ροών συνιστούν επιπλέον αγνώστους στην εξίσωση. Επίλυση μόνο εάν οι τυρβώδεις όροι παραμετροποιηθούν ή προσδιοριστούν συναρτήσει του πεδίου των μέσων συγκεντρώσεων ή αναπτυχθούν επιπρόσθετες εξισώσεις για την περιγραφή τους.

Θεωρία βαθμωτής μεταφοράς: Οι τυρβώδεις ροές μάζας είναι ανάλογες της βαθμίδας μέσης συγκέντρωσης

$$\overline{u'c'} = -K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}$$

$$\overline{v'c'} = -K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}$$

$$\overline{w'c'} = -K_w \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}$$

K_x, K_y, K_z : Συντελεστές τυρβώδους διάχυσης

$$(1) \rightarrow \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) \right] + \bar{R} + \bar{S} \quad (2)$$

$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right), \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right), \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right)$ Διάχυση που επιτελείται λόγω ατμοσφαιρικής τύρβης

Αν K_x, K_y, K_z γνωστά, τότε η (2) επιλύεται

Εξίσωση του Fick: $K=K_x=K_y=K_z$

$$(2) \rightarrow \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = K \left[\frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2} \right] + \bar{R} + \bar{S} \quad (3)$$

Η κατανομή της ρύπανσης σε ένα θύσανο σε συνάρτηση της απόστασης από τον κεντρικό του άξονα είναι κανονική (δηλ. ακολουθεί το πρότυπο Gauss)

Μεταβολή K με την απόσταση από την πηγή, το ύψος και τις ατμοσφαιρικές συνθήκες

Θεωρία βαθμωτής μεταφοράς

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) \right] + \bar{R} + \bar{S} \quad (2)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}$$

Μεταφορά ρύπων λόγω του μέσου ανέμου

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right)$$

Μεταφορά ρύπων λόγω της τυρβώδους ροής

Επιτυχημένη θεωρία όταν η τύρβη έχει πολύ μικρότερες διαστάσεις από το θύσανο

Μικρής κλίμακας στρόβιλοι σε μικρό ύψος κι επομένως, οι εκπομπές ρύπων πρέπει να είναι κοντά στο έδαφος

Για μεγαλύτερα ύψη σημειακών πηγών εφαρμογή για μερικές εκατοντάδες μέτρα

Συνεχής γραμμική πηγή πολύ μεγάλου μήκους στο έδαφος, κάθετη στον άνεμο

$\bar{v} = \bar{w} = 0$ -Υπόθεση: Αδρανής ρύπος, οι συγκεντρώσεις δεν μεταβάλλονται με το χρόνο, δηλ. $\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = 0$

$$(2) \rightarrow \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) \quad (4)$$

Υπόθεση: $K_z(z) = K_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^n$, $\bar{u}(z) = \bar{u}_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^m$ z_1 : ύψος αναφοράς

$K_1 = K_z(z_1)$, $u_1 = u_z(z_1)$, m, n συντελεστές ανεξάρτητοι του ύψους

Οριακές συνθήκες

$$\bar{c} \rightarrow 0 \text{ αν } x, z \rightarrow \infty$$

$$\bar{c} \rightarrow \infty \text{ αν } x = z = 0$$

$$K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \rightarrow 0 \text{ αν } z \rightarrow 0, x \geq 0$$

$$Q = \int_0^{\infty} \bar{u} \cdot \overline{c(x, z)} dz$$

Q: ρυθμός εκπομπής ανά μονάδα μήκους της γραμμικής πηγής

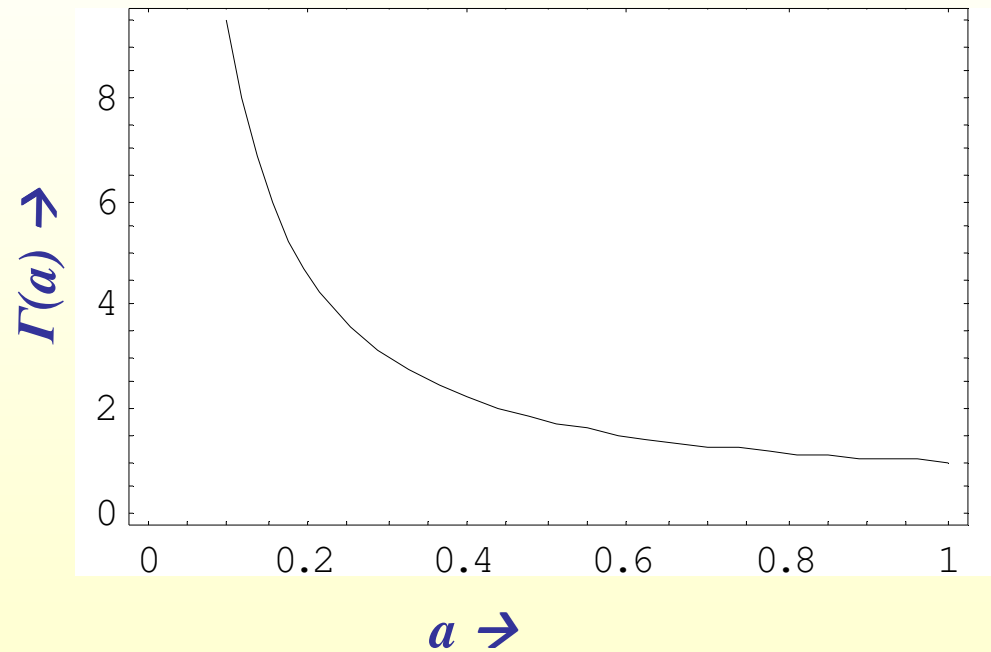
Λύση της εξίσωσης

$$\overline{c(x, z)} = \frac{Q \cdot r}{z_1 \cdot \bar{u}_1 \Gamma(s)} \left[\frac{z_1^2 \cdot \bar{u}_1}{r^2 \cdot K_1 \cdot x} \right]^s \exp \left[- \frac{z_1^{2-r} \cdot \bar{u}_1 \cdot z^r}{r^2 \cdot K_1 \cdot x} \right]$$

όπου $r=m-n+2>0$, $s=(m+1)/r$ και Γ είναι η συνάρτηση Γάμμα

Συνάρτηση Γάμμα για τυπικές τιμές του s

m	n	s	$\Gamma(s)$
0.9	0.1	0.679	1.33
0.8	0.2	0.692	1.31
0.7	0.3	0.708	1.29
0.6	0.4	0.727	1.26
0.5	0.5	0.750	1.23
0.4	0.6	0.778	1.19
0.3	0.7	0.813	1.15
0.2	0.8	0.857	1.11
0.1	0.9	0.917	1.06
0	0	0.5	1.77



Μεταβολή των K στο χώρο και το χρόνο

Θεωρία ομοιότητας του ατμοσφαιρικού οριακού στρώματος
→ Περιγραφή συντελεστών K ως συναρτήσεις των βασικών παραμέτρων του οριακού στρώματος.

Οι συντελεστές τυρβώδους διάχυσης K_x, K_y, K_z είναι **διαφορετικής βαρύτητας** στους υπολογισμούς των μέσων συγκεντρώσεων γιατί:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \gg K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}, \quad \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \gg K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}, \quad \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \ll K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}$$

Απαραίτητος ο προσδιορισμός του K_z και η μεταβολή του με το ύψος μέσα στο στρώμα ανάμειξης

Στρώμα επιφανείας (50-150 m)

$$K_z(z) = \frac{\kappa u_* z}{\varphi_h(z/L)}$$

Αστάθεια

$$\varphi_h(z/L) = \left(1 - 16 \frac{z}{L}\right)^{-1/2}$$

Ευστάθεια

$$\varphi_h(z/L) = 1 + 5 \frac{z}{L}$$

Ουδέτερες συνθήκες

$$\varphi_h(z/L) = 1$$

κ : Σταθερά von Karman (0.35 πολύ λείες επιφάνειες, 0.4 άλλα ανάγλυφα)

u_* : ταχύτητα τριβής (μέτρο της έντασης των τυρβώδων ριπών του ανέμου)

$u_*^2 = \overline{-u'w'}$: Κατακόρυφη τυρβώδης ροή της ορμής

L : Μήκος Monin-Obukhov

$$L = -\frac{u_*^3}{(g/\theta)\kappa w'\theta'}$$

L: Μήκος Monin-Obukhov

Τυρβώδης διάχυση: Μηχανικής ή θερμικής προέλευσης

Και τα δύο είδη διάχυσης συμβαίνουν σε όλες τις ατμοσφαιρικές συνθήκες, αλλά μόνο το ένα είδος υπερισχύει.

Απόλυτη τιμή L: Βάθος του μηχανικά αναμειγνυόμενου στρώματος κοντά στην επιφάνεια του εδάφους κατά τη διάρκεια της ημέρας

Το μήκος Monin-Obukhov χαρακτηρίζει το βαθμό της ευστάθειας της επιφανειακού στρώματος της ατμόσφαιρας

Μήκος Monin-Obukhov & Ευστάθεια

$0m > L$ Αστάθεια (συνήθως μέρα)

Μεταφορά θερμότητας από το έδαφος στην ατμόσφαιρα

$$T_{\text{εδάφους}} > T_{\text{αέρα}}$$

$0 m < L$ Ευστάθεια (συνήθως νύχτα)

Μεταφορά θερμότητας από την ατμόσφαιρα στο έδαφος

$$T_{\text{εδάφους}} < T_{\text{αέρα}}$$

$L \rightarrow \infty$ Ουδέτερη (ξημέρωμα, σούρουπο, συννεφιά, άνεμος)

Μη ανταλλαγή θερμότητας

$$T_{\text{εδάφους}} = T_{\text{αέρα}}$$